

ECONOMIA E POLITICA FINANZIARIA

ESERCITAZIONE- DOMANDA DI MONETA

Prof. Massimo Arnone

massimo.arnone@uniroma1.it

Fonte Materiale: Di Giorgio et al. 2017, «Problemi di economia e politica monetaria», CEDAM

Anno Accademico 2017-2018

ESERCIZIO 1

La teoria microeconomica della preferenza per la liquidità assegna un ruolo centrale al tasso critico d'interesse:

- a) Definite questo concetto e ricavate in termini analitici la sua espressione
- b) Come è possibile costruire una domanda di moneta speculativa macroeconomica che sia rappresentabile attraverso una funzione continua e decrescente del tasso d'interesse?

SOLUZIONE QUESITO A

Nella formalizzazione della teoria della preferenza per la liquidità di origine keynesiana, effettuata da Tobin, il tasso critico di interesse viene definito come quel **tasso in corrispondenza del quale la perdita in conto capitale compensa esattamente il guadagno in conto interesse associato, alla detenzione, da parte di un individuo, di una attività finanziaria diversa dalla moneta contante**

In formule il guadagno complessivo associato all'investimento in titoli è:

$$G = r + (P^e - P^c) / P^c$$

Dove:

r è il guadagno in conto interessi

$(P^e - P^c) / P^c$ è il guadagno/perdita in conto capitale ossia la variazione in termini del corso del titolo causato dalla variazione del tasso di interesse atteso rispetto a quello corrente. In altre parole esso è dato dalla differenza tra il prezzo atteso P^e dall'operatore al quale vendere in futuro il titolo (o più genericamente l'attività finanziaria) e il prezzo corrente P^c

SOLUZIONE QUESITO A

Se il titolo può essere trattato come una rendita perpetua ossia paga una somma costante per un periodo infinito di tempo, il suo prezzo sarà:

$$V = \frac{cP}{1+r} + \frac{cP}{(1+r)^2} + \dots + \frac{cP}{(1+r)^{n-1}} + \frac{P}{(1+r)^n} = 1/r$$

Inoltre se oltre a sapere che il titolo paga una serie costante di pagamenti, sappiamo anche che questi pagamenti cedolari sono pari al tasso di interesse costante $r = cP$, allora il prezzo del titolo sarà pari a 1. Unendo queste informazioni possiamo definire il guadagno in conto capitale del titolo:

$$g = r/r^e - 1$$

E il tasso critico di interesse come quel tasso r^* tale che moneta e titoli danno un rendimento complessivo nullo in termini nominali:

$$G = r + g = 0$$

$$G = r^* + r^* / r^e - 1 = 0$$

Da cui

$$r^* r^e + r^* - r^e = 0$$

$$r^* (1 + r^e) - r^e = 0$$

$$r^* = r^e / (1 + r^e)$$

Il tasso critico di interesse dipende dalle attese sul tasso di interesse futuro

SOLUZIONE QUESITO A

Il tasso critico di interesse dipende dalle aspettative circa il tasso futuro di interesse, essendo il suo valore attuale

In un contesto caratterizzato da certezza nelle aspettative sul tasso di interesse futuro:

- 1. se $r > r^*$ ogni agente preferirà spostare la sua scelta sull'investimento in titoli piuttosto che domandare moneta contante. In questa condizione G (guadagno in conto capitale e conto interessi) sarà > 0 .**
- 2. se $r < r^*$, l'agente domanderà solo moneta e non acquisterà titoli; $G < 0$**

Il tasso critico di interesse corrisponde ad una scelta d'angolo della domanda di moneta (ossia il comportamento dell'investitore si esprime nella scelta di acquistare tutto moneta contante o tutto titoli)

SOLUZIONE QUESITO B

A livello macroeconomico la domanda di moneta per scopo speculativo che è correlata negativamente ma in modo continuo con il tasso di interesse, si ottiene mediante l'aggregazione delle domande di moneta a livello microeconomico ossia relative alle scelte individuali. Essendo una curva continua sia ricava mediante interpolazione delle domande di moneta individuali

Nella costruzione della domanda di moneta a livello macro si deve ipotizzare che il tasso di interesse può variare in un range tra due valori di r il più alto e il più basso possibile. Esiste un valore di r così alto che nessun soggetto si attenderà in futuro un ulteriore aumento del tasso di interesse e quindi preferirà acquistare oggi un titolo che in futuro potrebbe avere un prezzo inferiore (ossia la domanda di moneta contante sarà nulla) e un tasso di interesse così basso che ogni agente si attenderà aumenti futuri del tasso di interesse (e quindi domanda corrente di titoli nulla). Quest'ultimo caso è denominato «**trappola della liquidità**»

All'interno di questo range si assume che valgono condizioni di regolarità che consentano di poter disegnare la domanda di moneta macroeconomica per motivi speculativi come una curva continua e decrescente rispetto ad r

ESERCIZIO 2

Un agente riceve all'inizio del periodo lavorativo (30 giorni) un reddito pari a 3000€. Di questo reddito, la metà è spesa nei primi dieci giorni, un terzo nei cinque giorni successivi e la parte restante negli ultimi 15 giorni. In ogni sub-intervallo considerato lo schema di pagamento è lineare.

- a) Determinate la domanda di moneta (giacenza media) di questo individuo

Ora considerate che un altro agente, con lo stesso reddito mensile, ed esborsi lineari in tutto il periodo, possa anche investire le sue disponibilità in un deposito bancario che gli corrisponde un tasso di interesse del 10%(mensile) e prelevare di volta in volta con il bancomat una somma di denaro pari ad Y ; il costo di ogni prelievo è di 2 €.

- b) Determinare l'ammontare ottimo da prelevare di volta in volta (il valore desiderato di Y) e la domanda di moneta di questo secondo individuo

SOLUZIONE QUESITO A

La domanda di moneta del primo individuo è espressa come giacenza media dei saldi monetari reali poiché le disponibilità monetarie degli agenti variano nell'intervallo temporale tra gli incassi a fronte dei diversi pagamenti che vengono effettuati giornalmente

La giacenza media si calcola mediante due step successivi:

1. dapprima si effettua la media semplice per ogni intervallo temporale dei saldi monetari detenuti dall'individui
2. si calcola la media ponderata della media precedentemente ottenuta utilizzando come coefficienti di ponderazione le lunghezze relative dei vari sotto-intervalli (rispetto al mese)

SOLUZIONE QUESITO A

Nel primo intervallo, che dura 10 giorni, l'individuo detiene all'inizio 3000€ e alla fine del periodo 1500 € ($1/2 \cdot 3000$). **La giacenza media sarà allora 2250 €** ($(3000 + 1500)/2$).

Nel secondo periodo, che dura 5 giorni, l'individui all'inizio dispone di 1500 € e 500 € alla fine del periodo ($1/3 \cdot 3000$). **La sua giacenza media sarà 1000 €**

Nel terzo periodo che dura 15 giorni, l'individuo dispone di 500 € all'inizio e allo scadere del 30° giorno, riceverà nuovamente tutto il suo intero reddito. **La sua giacenza media sarà 250 €**

Pesi temporali (rispetto al mese)

Primo sub-intervallo temporale: 10 giorni = $1/3$

Secondo sub-intervallo temporale: 5 giorni = $1/6$

Terzo sub-intervallo temporale 15 giorni = $1/2$

La domanda di moneta intesa come media ponderata dei saldi monetari nei tre periodi sarà pari:

$$M^d = 2250 \cdot 1/3 + 1000 \cdot 1/6 + 250 \cdot 1/2 = 750 + 166,667 + 125 = 1041,667€$$

SOLUZIONE QUESITO B

Per quanto attiene alle scelte di come utilizzare le proprie disponibilità monetare il secondo agente è consapevole che non è conveniente lasciare inoperose le sue disponibilità e quindi trattenerle come moneta contante dato che i depositi bancari fruttano un rendimento positivo. In altre parole tra detenere moneta contante, che non frutta alcun interesse e depositare il denaro presso una banca è preferibile questa seconda alternativa

Inoltre non è conveniente effettuare continui prelevamenti poiché ogni operazione ha un costo di 2€

Unendo queste informazioni, per individuare la quantità di moneta ottimale da disinvestire dai depositi bancari bisogna minimizzare la funzione di costi totali ossia il costo delle operazioni disinvestimento, il cui numero è pari a $3000/Y$ e il costo opportunità di rinunciare ai rendimenti positivi dei depositi bancari quando si preleva il reddito Y

SOLUZIONE QUESITO B

La funzione di costo totale è la seguente:

$$CT = 2 * (3000/Y) + 0,1 * (Y/2)$$

La struttura lineare dei pagamenti implica che la rinuncia ai depositi bancari (e quindi al tasso di interesse da loro offerto) comporta un costo calcolato sull'ammontare medio del prelievo

La condizione per un minimo di CT si ottiene facendo la derivata prima della precedente funzione rispetto al reddito Y e uguagliandola a zero:

$$dCT / dY = -2 (3000 / Y^2) + 0,1 / 2 = 0$$

Da cui si ricava:

$$Y^2 = (4 * 3000) / 0,1 = 40 * 3000$$

$$Y = (12000)^{1/2} = 346,410€$$

Avendo trovato il reddito Y, la domanda di moneta è la giacenza media dei saldi monetari e quindi:

$$Md = Y / 2$$

$$Md = 346,410 / 2 = 173,205 €$$

ESERCIZIO 3

Si consideri il modello a generazioni sovrapposte in cui gli individui vivono per due periodi. Ogni generazione riceve nel primo periodo (quando è giovane) una dotazione dell'unico bene di consumo reperibile pari a y e ha la possibilità di usare la moneta M come mezzo di scambio con la generazione dei vecchi. Assumendo un contesto di certezza circa il livello futuro dei prezzi P_{t+1} e la seguente funzione di utilità con avversione al rischio costante (CRRA dall'acronimo inglese *Constant Relative Risk Aversion*):

$$U = \frac{c_t^{1-\sigma} - 1}{1-\sigma} + \gamma \frac{c_{t+1}^{1-\sigma} - 1}{1-\sigma}$$

Dove γ e σ rappresentano il tasso di preferenza intertemporale e il coefficiente di avversione al rischio

ESERCIZIO 3

Date le informazioni precedenti si richiede:

- a) Di specificare il vincolo di bilancio nel periodo t e $t+1$ per un individuo generico
- b) Di determinare il tasso di crescita ottimale del consumo come funzione del tasso netto di inflazione futuro $\pi_{t+1} = \ln(P_{t+1}/P_t)$
- c) Di derivare la domanda di saldi monetari reali $m_t = M_t/P_t$ e identificare l'effetto su di essa di aumento del tasso di inflazione nel periodo $t+1$

SOLUZIONE QUESITO A

I vincoli di bilancio per i due periodi di vita di ogni agente indicano la possibilità per ciascun agente nel primo periodo di allocare la propria dotazione y tra consumo immediato e consumo futuro attraverso la dotazione di saldi monetari, che vengono poi interamente consumati nell'ultimo periodo di vita. Il vincolo di bilancio nel primo periodo di vita (ossia la gioventù) sarà:

$$P_t c_t + M_t = P_t y$$

Il vincolo di bilancio nel secondo periodo di vita (l'anzianità) sarà:

$$M_t = P_{t+1} c_{t+1}$$

SOLUZIONE QUESITO B

Per individuare l'allocatione ottimale di consumo bisogna risolvere un problema di massimizzazione vincolata di una funzione obiettivo dati i saldi monetari a disposizione nel periodo t:

$$\max_{c_t} U = \frac{c_t^{1-\sigma}-1}{1-\sigma} + \gamma \frac{c_{t+1}^{1-\sigma}-1}{1-\sigma}$$

Dal primo vincolo di bilancio si ricava:

$$c_t = y - M_t / P_t = y - m$$

Dal secondo vincolo di bilancio si ricava:

$$C_{t+1} = M_{t+1} / P_{t+1} = (M_t / P_t) * P_t / P_{t+1} = m_t P_t / P_{t+1}$$

SOLUZIONE QUESITO B

La condizione del primo ordine (ossia la derivata prima della funzione Utilità CRRA) rispetto a m_t sarà:

$$\frac{d}{dm_t} = - (y - m_t)^{-\sigma} + \gamma \frac{P_t}{P_{t+1}} \left(m_t \frac{P_t}{P_{t+1}} \right)^{-\sigma} = 0$$

Sostituendo nell'equazione precedente i due vincoli di bilancio in termini di c_t e P_t/P_{t+1} avremo:

$$c_t^{-\sigma} + \gamma \frac{P_t}{P_{t+1}} c_{t+1}^{-\sigma} = 0$$

$$c_{t+1}/c_t = \left(\gamma \frac{P_t}{P_{t+1}} \right)^{1/\sigma}$$

Prendendo il logaritmo dell'ultima espressione, otteniamo il tasso di crescita del consumo compatibile con **la scelta razionale individuale che risulta una funzione decrescente del tasso di inflazione:**

$$\gamma_{t+1} = \ln(c_{t+1}/c_t) = (1/\sigma) \ln \gamma - (1/\sigma) \pi_{t+1}$$

Al crescere del tasso di inflazione si riduce il tasso di crescita del consumo. Un livello più alto dei prezzi futuri riduce il potere di acquisto del denaro, rendendo più costoso posticipare il consumo nel tempo e orientando maggiormente le scelte dell'agente verso l'immediato consumo in t rispetto al consumo in $t+1$

In altre parole l'agente preferirà consumare tutto oggi piuttosto che differire il consumo nel tempo

SOLUZIONE QUESITO C

Per ricavare la domanda di moneta bisogna sempre partire dalla condizione di primo ordine della funzione utilità/obiettivo rispetto ai saldi monetari m_t :

$$\frac{d}{dm_t} = - (y - m_t)^{-\sigma} + \gamma \frac{P_t}{P_{t+1}} \left(m_t \frac{P_t}{P_{t+1}} \right)^{-\sigma} = 0$$

In prima approssimazione il tasso di inflazione può essere approssimato al rapporto P_t / P_{t+1} ossia:

$$P_t / P_{t+1} = 1 + \pi_{t+1}$$

Sostituendo questa espressione nella condizione di primo ordine ed elevando ambi i membri per σ avremo:

$$y - m_t = \gamma^{1/\sigma} (1 + \pi_{t+1})^{1/\sigma} m_t / (1 + \pi_{t+1}) = \gamma^{1/\sigma} (1 + \pi_{t+1})^{(1-\sigma)/\sigma} m_t = \alpha (1 + \pi_{t+1})^{(1-\sigma)/\sigma} m_t$$

dove $\alpha = \gamma^{1/\sigma}$

SOLUZIONE QUESITO C

- Esprimendo la precedente equazione per m_t è possibile esprimere la domanda di moneta come una funzione della dotazione iniziale di ricchezza y e del tasso di inflazione π_{t+1} :

$$-m_t - \alpha (1+\pi_{t+1})(1-\sigma)/\sigma m_t = -y$$

$$m_t + \alpha (1+\pi_{t+1})(1-\sigma)/\sigma m_t = y$$

$$m_t = y [1 + \alpha (1+\pi_{t+1})(1-\sigma)/\sigma]^{-1}$$

- La domanda di moneta è correlata positivamente con la dotazione iniziale di ricchezza (domanda di moneta per scopi transattivi)
- La domanda di moneta è inversamente con il tasso di inflazione. La relazione tra domanda di moneta e tasso di inflazione tiene conto del coefficiente di avversione al rischio σ che identifica l'impatto dell'effetto reddito sull'effetto di sostituzione tra il consumo immediato e quello differito

SOLUZIONE QUESITO C

$$m_t = y [1 + \alpha (1 + \pi_{t+1})^{(1-\sigma)/\sigma}]^{-1}$$

La domanda di moneta è correlata positivamente con la dotazione iniziale di ricchezza (domanda di moneta per scopi transattivi) e inversamente con il tasso di inflazione. La relazione tra domanda di moneta e tasso di inflazione tiene conto del coefficiente di avversione al rischio σ che identifica l'impatto dell'effetto reddito sull'effetto di sostituzione tra il consumo immediato e quello differito

Questa relazione tra domanda di moneta m_t e tasso di inflazione π_{t+1} ponderata con il coefficiente σ si può visualizzare facendo la derivata prima della domanda di moneta rispetto al tasso di inflazione:

$$\frac{d m_t}{d \pi_{t+1}} = -\alpha \frac{1-\sigma}{\sigma} y [1 + \alpha (1 + \pi_{t+1})^{(1-\sigma)/\sigma}]^{-2} (1 + \pi_{t+1})^{(1+2\sigma)/\sigma}$$

Questa derivata prima è negativa se $\sigma < 1$, positiva se $\sigma > 1$, nulla se $\sigma = 1$ (quest'ultimo caso corrisponde ad una funzione di utilità logaritmica)

ESERCIZIO 4

Si consideri il modello a generazioni sovrapposte del precedente esercizio e si assuma un tasso di preferenza intertemporale γ pari a $2/3$ e una funzione di utilità intertemporale logaritmica e separabile. Con riferimento a un determinato periodo t in cui la dotazione dei nuovi nati è pari a 1000 e il tasso di inflazione atteso per il periodo futuro è del 5%. Si richiede:

- a) di specificare il vincolo di bilancio nel periodo t e $t+1$ per i nati in t ;
- b) di quantificare la loro domanda di saldi monetari reali;
- c) di determinare l'allocazione di consumo ottima;
- d) di analizzare gli effetti di un raddoppio del tasso di inflazione

SOLUZIONE QUESITO A

Il vincolo di bilancio nel primo periodo di vita (ossia la gioventù) sarà:

$$P_t c_t + M_t = P_t y$$

Nel nostro caso:

$$c_t + m_t = 1000$$

Il vincolo di bilancio nel secondo periodo di vita (l'anzianità) sarà:

$$M_t = P_{t+1} c_{t+1}$$

Nel nostro caso:

$$m_t = 1,05 c_{t+1}$$

Dove:

$$1,05 = 1 + \pi_{t+1} = P_t / P_{t+1}$$

SOLUZIONE QUESITO B

Per derivare la domanda di moneta è necessario risolvere un problema di massimizzazione vincolata della funzione obiettivo:

$$\max_{mt} U = \ln c_t + 2/3 \ln c_{t+1}$$

sotto i due vincoli di bilanci espressi in termini di c_t e c_{t+1}

$$c_t = 1000 - m_t$$

$$c_{t+1} = m_t / 1,05$$

$$\max_{mt} U = \ln(1000 - m_t) + 2/3 \ln(m_t / 1,05)$$

La condizione di primo ordine sarà:

$$\frac{d}{dmt} = (1000 - mt)^{-1} + \frac{2/3}{1,05} \left(\frac{mt}{1,05}\right)^{-1} = 0$$

SOLUZIONE QUESITO B (2)

Se $\sigma = 1$ la condizione di primo ordine trovata è analoga a quella trovata nel precedente esercizio e indentifica una funzione di utilità logaritmica

$$\frac{d}{dm_t} = - (y - m_t)^{-\sigma} + \gamma \frac{P_t}{P_{t+1}} \left(m_t \frac{P_t}{P_{t+1}} \right)^{-\sigma} = 0$$

$$\frac{d}{dm_t} = - (y - m_t)^{-1} + \gamma \frac{P_t}{P_{t+1}} \left(m_t \frac{P_t}{P_{t+1}} \right)^{-1} = 0$$

Se La domanda di moneta da parte dei giovani nati in t sarà pari a:

$$- (y - m_t)^{-1} + \gamma (m_t)^{-1} = 0$$

$$m_t + \gamma (y - m_t) = 0$$

$$-m_t + \gamma y - \gamma m_t = 0$$

$$m_t - \gamma y + \gamma m_t = 0$$

$$m_t(1 + \gamma) - \gamma y = 0$$

$$m_t = y (\gamma / (1 + \gamma)) = 1000 * 2/5 = 400$$

SOLUZIONE QUESITO C

L'allocazione ottimale di consumo immediato e futuro (c_t e c_{t+1}) si ottiene andando a sostituire la domanda di moneta nei vincoli di bilancio:

$$c_t = y - m_t = 1000 - 400 = 600$$

$$c_{t+1} = m_t (P_t / P_{t+1}) = 400 / 1,05 = 380,95$$

SOLUZIONE QUESITO D

La funzione di utilità con coefficiente costante di avversione al rischio (CRRA) è una logaritmica ossia del tipo $U(c) = \ln(ac)$ se $\sigma=1$

Se $\sigma=1$ nella relazione tra la domanda di moneta e il tasso di inflazione scompare il tasso π_{t+1} , ossia l'effetto che un aumento dei prezzi ha sui consumi. In altre parole l'effetto reddito e l'effetto sostituzione dell'inflazione sui consumi si equivalgono

Pertanto la domanda di moneta è funzione lineare soltanto del reddito y :

$$m_t' = m_t = 400$$

L'allocazione ottima di consumo è impattata da un raddoppio del tasso di inflazione (dal 5 al 10%) solo per quanto attiene al consumo futuro che subirà una riduzione:

$$c_t = y - m_t' = 1000 - 400 = 600$$

$$c_{t+1} = m_t' (P_{t+1}' / P_t) = 400 / (1+0,1) = 400/1,1 = 363,63$$

ESERCIZIO 5

Un agente ha preferenze CRRA definite su un paniere costituito da un aggregato Cobb-Douglas di consumo c e moneta M , secondo la seguente funzione:

$$U(c,M) = \frac{(c^\alpha M^{1-\alpha})^{1-\sigma} - 1}{1-\sigma}$$

Dove α e σ rappresentano la quota di consumo nel paniere e il coefficiente di avversione relativa al rischio. Definendo con P il livello dei prezzi e con y il reddito reale, si derivi la domanda di moneta come quota del reddito monetario, nel caso $\alpha=0,6$, $\sigma=2$, $P=5$ e $y=1000$

SOLUZIONE

La domanda di moneta dell'agente si calcola risolvendo un problema di massimizzazione vincolata di una funzione utilità i cui argomenti sono il consumo e la detenzione di moneta:

$$\max_{mt} U = \frac{(c^\alpha M^{1-\alpha})^{1-\sigma} - 1}{1-\sigma}$$

Sotto il seguente vincolo di bilancio:

$$Pc + M = Py$$

Bisogna derivare quindi la precedente funzione utilità e porla uguale a zero:

$$\frac{dU(M)}{dM} = [(y - M/P)^\alpha M^{1-\alpha}]^{-\sigma} [(1-\alpha)M^{-\alpha}(y - M/P)^{\alpha-1} - \alpha M^{1-\alpha}(y - M/P)^{\alpha-1} 1/P] = 0$$

SOLUZIONE

Questa derivata si annulla se il termine dentro la seconda parentesi quadra è pari a zero ossia:

$$[(1-\alpha)M^{-\alpha}(y - M/P)^{\alpha} = \alpha M^{1-\alpha}(y - M/P)^{\alpha-1}/p$$

Semplificando $M^{-\alpha}(y - M/P)^{\alpha}$

$$(1-\alpha) = \alpha M(y - M/P)^{-1/p}$$

$$P(1-\alpha) = \alpha M (Y-M/P)^{-1}$$

$$P(1-\alpha) = \alpha M (PY-M/P)^{-1}$$

$$P(1-\alpha) = \alpha M (P/PY-M)^{-1}$$

$$(PY - M) P (1-\alpha) = \alpha MP$$

$$PY - M = \alpha MP / (1-\alpha)P$$

$$PY - M = \alpha / (1-\alpha) M$$

$$M + \alpha / (1-\alpha) M = PY$$

$$M(1+\alpha/(1-\alpha)) = PYM$$

$$M^*(1 / 1- \alpha) = PY$$

$$M = (1-\alpha) PY$$

SOLUZIONE

- Ricordando la formulazione della domanda nominale di moneta di Pigou (ossia l'equazione delle scorte):

$$M = (1-\alpha) P_y$$

- Il termine $1-\alpha$ coincide con il peso che la moneta ha nella composizione del portafoglio Cobb-Douglas dell'agente e sul quale quest'ultimo esprime le sue preferenze

$$M = (1-\alpha) P_y = 0,4 * 5 * 1000 = 2000$$